

Logik und Zeit

Klausur Wintersemester 2015/16

10.2.2016

Total: 14 Punkte

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Zulässige Hilfsmittel: Skript, Notizen

1 1+2 Punkte

Wir nehmen die übliche Syntax und Semantik der Prädikatenlogik als gegeben, und das binäre Prädikat $<$, das eine irreflexive, transitive Relation denotiert (wir nehmen die entsprechenden Axiom $\forall x. \neg(x < x)$ etc. als gegeben). Wir nehmen an, dass $<$ den Verlauf der Zeit denotiert. Wohlgemerkt: wir haben keine weiteren Annahmen, insbesondere keine Linearität. Liefern Sie die Formeln, die folgenden Aussagen entsprechen:

1. Für jeden Zeitpunkt gibt es mindestens 2 $<$ -Nachfolgekpunkte, die nicht durch $<$ vergleichbar sind; d.h. an jedem Zeitpunkt verzweigt sich die Zeit in der Zukunft.
2. Für jeden Zeitpunkt gilt: die Menge seiner $<$ -Vorgänger ist linear geordnet.

Sie können in den Formeln auch das Symbol $=$ für Gleichheit benutzen; aber achten Sie bitte auf die Irreflexivität!

2 1+1+1+1 Punkte

Nehmen Sie die Logik LTL mit der Semantik wie im Skript. Entscheiden Sie ob folgende Aussagen wahr sind (\models bezieht sich auf alle unendlichen Modelle); begründen Sie!

1. $\Box(\Diamond p \vee \Diamond q) \models \Diamond p$
2. $\Box((\Diamond p \vee \Diamond q) \wedge \neg q) \models \Diamond p$
3. $\Diamond q \models \Diamond(pRq)$
4. $\Box Np \models N\Box p$

3 2+2 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende CTL-Formeln ein unendliches Modell haben, und skizzieren Sie ein solches (unendliches) Modell.

1. $(E\Box(ANp)) \wedge (A\Box(E\Diamond\neg p))$
2. $(A\Diamond p) \wedge (A\Box(\neg ANp))$

4 3 Punkte

Nehmen Sie an, wir haben die Logik HS mit einer zusätzlichen, besonderen Proposition 2 gegeben, für die gilt:

$$(\mathbb{R}, val), \langle x, y \rangle \models 2 \text{ gdw. } y = x + 2.$$

(NB: 2 ist eine Proposition, keine Modalität!) Nehmen wir an, die reellen Zahlen des Modells repräsentieren die Zeiteinheit der Sekunden. Schreiben Sie eine Formel ϕ so dass gilt:

$(\mathbb{R}, val) \models \phi$ gdw. auf das Ende jedes Intervalles, in dem die Proposition p gilt, mit einem Abstand von 2 Sekunden ein Intervall folgt, in dem q gilt.

(NB: es gibt hier viele Lösungen, hängt auch davon ab, welches Intervall wir als Referenz wählen).

5 3 Punkte

Schreiben Sie eine äquivalente CDT-Formel.

Es gibt aber viele andere Lösungen die ebenso gut sind, und dabei andere Referenzintervalle nutzen.