2. Probeklausur zu Einführung in die computationelle Logik

Christian Wurm
cwurm@phil.hhu.de

January 28, 2019

1

Beweisen Sie, dass folgende Gleichung in allen Booleschen Algebren gilt:

$$\overline{(a \cap b) \cup (\overline{a} \cap \overline{b})} = (a \cap \overline{b}) \cup (b \cap \overline{a})$$

2

Zeigen Sie mittels Beth Tableau, ob folgendes gilt:

1. $(p \to q) \to p \models p$
2. $p \models (p \vee q) \to (p \wedge q)$

3

Finden Sie einen formalen Beweis im Gentzen Kalkül für folgenden Sequenten:

$$\forall xyz.[(P(x,y) \wedge Q(x)) \to Q(y)] \vdash \forall xy.[(P(x,y) \wedge Q(x)) \to \exists z.Q(z)]$$

4

Nehmen Sie folgendes Modell $\mathcal{M}$ und die Formel α.

$$\mathcal{M} := (U = \{1, 2, 3, 4\}, R_{\leq} = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1)\})$$

$$\alpha := \forall xy.(x \leq y \wedge y \leq x) \rightarrow x = y$$

Entscheiden Sie ob $\mathcal{M} \models \alpha$; begründen Sie (informelle Begründung reicht, muss aber mathematisch korrekt sein)!

5

Nehmen Sie das Modell **A** (unsere Arithmetik).

1. Definieren Sie darin die Menge der Fibonacci Zahlen: $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...\}$

   Lösung

   $F(0, 1) \wedge F(1, 1) \wedge F(x, N(N(y))) \leftrightarrow (\exists z_1 z_2.F(z_1, y) \wedge F(z_2, N(y)) \wedge x = z_1 + z_2)$

   $Fib(x) := \exists y.F(x, y)$

2. Definieren Sie ein Prädikat $pf(x, y)$, das bedeutet: x ist ein Primfaktor von y.

6

Finden Sie für folgende Formel eine äquivalente Formel in PNF:

$$\forall x.[(\exists yz.(P(x, y) \rightarrow Q(x, z))) \rightarrow (\exists xy.Q(x, y))]$$